

## EXERCICES

\*\*

## تمارين

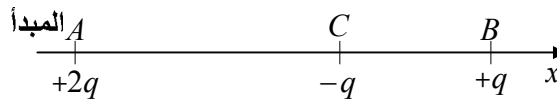
**Exercice 1.1**

Soit la distribution de charges (de l'ordre du microcoulomb) ci-dessous ;  $AB = d = 0,2m$  ; Les deux charges placées en  $A$  et  $B$  sont fixes; par contre la charge placée en  $C$  est mobile sur la droite  $AB$ .

Quelle est la position d'équilibre de la charge placée en  $C$ , si elle existe ?

**التمرين 1.1**

ليكن توزيع الشحنات (من مرتبة الميكروكولومب) المبين أسفله؛  $AB = d = 0,2m$ ؛ الشحنتان الموضوعتان في  $A$  و  $B$  ساكنتان؛ بعكس الشحنة الموضوعة في  $C$  المتحركة على المستقيم  $AB$ . / ما هو موضع التوازن للشحنة الموضوعة في  $C$ ، إن وجد؟

**Exercice 1.2**

Aux deux extrémités d'un fil de longueur  $2l$ , sont attachés deux ballons sphériques gonflés avec de l'hélium (l'hélium étant plus léger que l'air), et portent la même charge  $+q$ . On suspend au milieu du fil une masse  $m$ . Le système abandonné à lui-même dans l'atmosphère occupe alors une position d'équilibre stable dans un même plan vertical, telle que chaque moitié du fil fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale (figure ci-dessous).

En négligeant les masses du fil et des ballons, calculer la valeur de  $q$ .

Application numérique :

$$g = 10 \text{ N.kg}^{-1}, l = 1 \text{ m}, m = 5 \text{ g}, \alpha = \pi/6 \text{ rad}$$

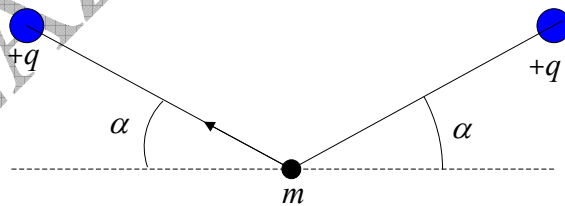
**تمرين 2.1**

تربط في نهايتي خيط طوله  $2l$  نفختان (بالونان) كرويتان متماثلتان مملوءتان بغاز الهليوم (الهليوم أخف من للهواء)، وتحملان نفس الشحنة  $+q$ . تعلق في منتصف الخيط كتلة  $m$ . تترك النفختان في الهواء فتتوازنان و تستقران في مستوى شاقولي واحد بحيث يصنع كل جزء من الخيط عندئذ مع الأفق الزاوية  $\alpha$ . (الشكل أسفله)

بإهمال كتلة الخيط و النفختين أحسب قيمة  $q$ .

تطبيق عددي:

$$g = 10 \text{ N.kg}^{-1}, l = 1 \text{ m}, m = 5 \text{ g}, \alpha = \pi/6 \text{ rad}$$

**Exercice 2.3**

Une petite boule (supposée ponctuelle) électrisée de masse  $m$  et portant une charge positive  $q$  telle que

$$\frac{q}{m} = 10^{-6} \text{ C.kg}^{-1} \text{ est placée entre deux plaques}$$

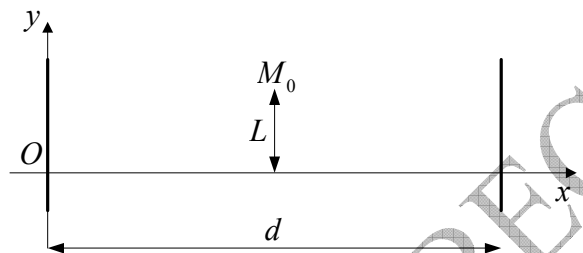
métalliques  $A$  et  $B$  verticales distantes de  $d = 4 \text{ cm}$ . Ces deux plaques soumises à une tension positive  $U_{AB} = U$  créent un champ électrique supposé uniforme.

**التمرين 3.1**

كرة صغيرة (مفترضة نقطية) مشحونة كتلتها  $m$  و تحمل الشحنة الموجبة  $q$  بحيث  $\frac{q}{m} = 10^{-6} \text{ C.kg}^{-1}$

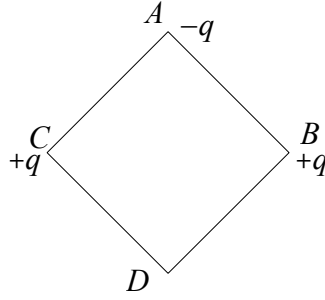
وضعت بين صفيحتين معدنيتين  $A$  و  $B$  شاقوليتين متباعدتين بـ  $d = 4 \text{ cm}$ . حين تخضع هاتين الصفيحتين للتوتر  $U_{AB} = U$  الموجب ينشأ حقل كهربائي مفترض منتظم.

<p>A la date <math>t = 0</math>, la boule est abandonnée sans vitesse initiale en un point <math>M_0</math> de coordonnées <math>x_0 = \frac{d}{2}</math> et <math>y_0 = L = 1m</math>. Soit <math>g = 10ms^{-2}</math> l'intensité du champ de pesanteur.</p> <p>1/ Trouver l'équation de la trajectoire de la boule.</p> <p>2/ Calculer la date de passage de la boule dans le plan horizontal <math>y = 0</math>.</p> <p>3/ Quelle valeur doit-on donner à <math>U</math> pour que la trajectoire de la boule passe par le point <math>P</math> de coordonnées <math>(d, 0)</math> ?</p>	<p>في اللحظة <math>t = 0</math>، نترك الكرة بدون سرعة ابتدائية من النقطة <math>M_0</math> ذات الإحداثيتين <math>x_0 = \frac{d}{2}</math> و <math>y_0 = L = 1m</math>. ليكن <math>g = 10ms^{-2}</math>، شدة حقل الجاذبية.</p> <p>1/ أوجد معادلة مسار الكرة.</p> <p>2/ أحسب لحظة مرور الكرة في المستوى الأفقي <math>y = 0</math>.</p> <p>3/ ما هي القيمة الواجب إعطاؤها لـ <math>U</math> حتى يمر مسار الكرة من النقطة ذات الإحداثيتين <math>(d, 0)</math> ؟</p>
---	--



<p><b>Exercice 1.4</b></p> <p>Soient <math>n</math> charges ponctuelles (<math>q &lt; 0</math>) placées aux sommets <math>A_i</math> d'un polygone régulier de centre <math>O</math>, de côtés de longueur <math>a</math>.</p> <p>1/ Déterminer le champ électrostatique <math>\vec{E}(z)</math> en un point <math>M</math> de l'axe <math>Oz</math> du polygone (orthogonal en <math>O</math> à son plan)</p> <p>2/ En déduire <math>\vec{E}(z)</math> dans le cas :</p> <p>a/ d'un triangle équilatéral d'axe <math>Oz</math>,</p> <p>b/ d'un carré d'axe <math>Oz</math>.</p>	<p><b>التمرين 4.1</b></p> <p>لتكن <math>n</math> شحنة نقطية (<math>q &lt; 0</math>) موضوعة في القيم <math>A_i</math> لمتعدد الأضلاع المنتظم مركزه <math>O</math>، ذي أضلاع طولها <math>a</math>.</p> <p>1/ عين الحقل الكهربائي <math>\vec{E}(z)</math> في نقطة <math>M</math> من المحور <math>Oz</math> العمودي في <math>O</math> على مستوى متعدد الأضلاع.</p> <p>2/ إستنتج <math>\vec{E}(z)</math> في حالة:</p> <p>أ/ مثلث متساوي الأضلاع محوره <math>Oz</math>.</p> <p>ب/ مربع محوره <math>Oz</math>.</p>
--	---

<p><b>Exercice 1.5</b></p> <p>Des charges ponctuelles occupent les sommets <math>A, B</math> et <math>C</math> d'un losange de côté <math>a</math>, comme indiqué sur la figure ci-dessous (il n'y a pas de charge en <math>D</math>).</p> <p>1/ Calculer le champ électrique produit par les trois charges au sommet <math>D</math>; représenter graphiquement ce champ.</p> <p>2/ Calculer le potentiel produit en <math>D</math>.</p> <p>3/ On place la charge <math>+2q</math> au point <math>D</math>. Calculer la force électrique exercée par les autres charges sur cette charge.</p> <p>4/ Calculer l'énergie potentielle de la charge <math>+2q</math>.</p>	<p><b>التمرين 5.1:</b></p> <p>وضعت شحنات نقطية على الرؤوس <math>A, B</math> و <math>C</math> لمعين ضلعه <math>a</math>، كما هو مبين في الشكل أسفله (في <math>D</math> لا توجد شحنة).</p> <p>1/ أحسب الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنات الثلاثة عند النقطة <math>D</math>؛ مثل هذا الحقل بيانياً.</p> <p>2/ أحسب الكمون (الجهد) الناتج في النقطة <math>D</math>.</p> <p>3/ نضع الشحنة <math>+2q</math> في النقطة <math>D</math>؛ أحسب القوة الكهربائية المطبقة عليها من طرف الشحن الأخرى.</p> <p>4/ أحسب الطاقة الكامنة للشحنة <math>+2q</math>.</p>
---	--

**Exercice 1.6**

On considère deux charges  $q$  et  $-2q$  situées respectivement aux deux points  $A(a, 0, 0)$  et  $A'(4a, 0, 0)$  dans les coordonnées cartésiennes.

1/ Calculer le potentiel électrique en un point quelconque  $M(x, y, z)$ .

2/ Déterminer la surface équipotentielle  $V = 0$ .

3/ Montrer qu'en chaque point de cette surface le champ électrique passe par un point constant qu'il faudra déterminer.

**التمرين 6.1**

نعتبر شحنتين  $q$  و  $-2q$  موضوعتين على الترتيب في النقطتين  $A(a, 0, 0)$  و  $A'(4a, 0, 0)$  في الإحداثيات الكارتيزية.

1/ احسب الجهد الكهربائي في نقطة ما  $M(x, y, z)$ .

2/ حدد السطح متساوي الكمون  $V = 0$ .

3/ بين أنه في كل نقطة من هذا السطح يمر الحقل الكهربائي بنقطة ثابتة و التي عليك تعيينها.

**Exercice 1.7**

On considère un segment  $AB$  électrisé positivement de densité linéique homogène  $\lambda$  de longueur  $2a$  et de centre  $O$ .

1/ Démontrer que la composante  $\vec{E}_y$  du champ électrostatique est nulle.

2/ Déterminer le champ électrostatique en un point  $M$  de l'axe de symétrie  $Ox$ . On pose  $OM = x$ .

3/ En déduire en ce point  $M$  le champ créé par un fil « infini ».

**التمرين 7.1**

نعتبر قطعة مستقيمة  $AB$  مكهربة إيجابا ذات كثافة طولية  $\lambda$  متجانسة طولها  $2a$  و منتصفها  $O$ .

1/ برهن أن المركبة  $\vec{E}_y$  للحقل الكهروساكن معدومة.

2/ حدد الحقل الكهروساكن في نقطة  $M$  من محور التناظر  $Ox$ . نضع  $OM = x$ .

3/ إستنتج في هذه النقطة  $M$  الحقل الناتج عن سلك " لا متناهي".

**Exercice 1.8**

Un fil de longueur  $L$  porte une densité linéaire de charge  $\lambda > 0$  (figure ci-dessous).

1/ Montrer que les composantes du champ électrique au point  $P$  situé à une distance  $R$  du fil sont données par :

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

Où  $E_x$  et  $E_y$  sont les composantes du champ, consécutivement parallèle et perpendiculaire au fil, et  $\theta_1$  et  $\theta_2$  les angles que font avec la perpendiculaire au fil les droites joignant le point  $P$  aux extrémités du fil.

**التمرين 8.1**

يحمل سلك طوله  $L$  كثافة خطية لشحنة  $\lambda > 0$  (الشكل في الأسفل).

1/ برهن أن مركبتي الحقل الكهربائي في نقطة  $P$  واقعة على بعد  $R$  من السلك هما على التوالي:

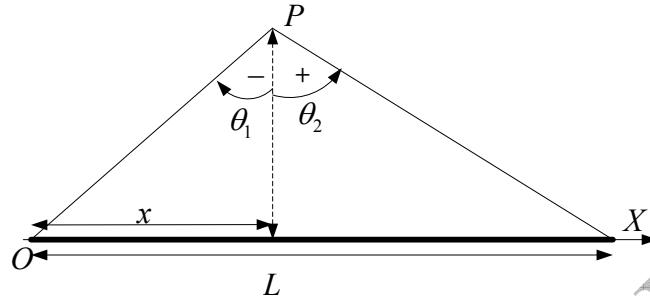
$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

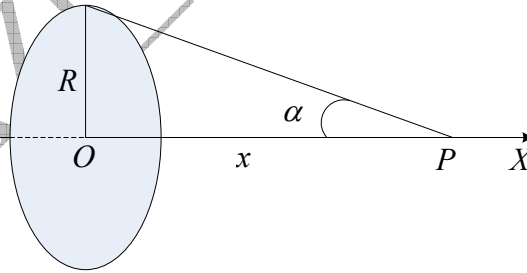
حيث  $E_x$  و  $E_y$  هما مركبتا الحقل، على التوالي الموازية و العمودية على السلك، و  $\theta_1$  و  $\theta_2$  الزاويتان اللتان يصنعهما المستقيمان الواصلان النقطة  $P$  بنهايتي السلك مع العمود للسلك.

2/ أوجد الحقل حينما تقع النقطة  $P$  على نفس البعد من

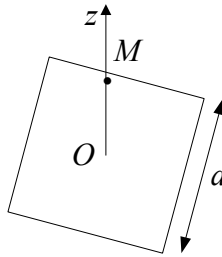
<p>2/ Trouver le champ quand le point <math>P</math> est équidistant des deux extrémités du fil.</p> <p>3/ En déduire le champ en un point de l'axe de symétrie d'un fil infiniment long.</p> <p>Les signes des angles <math>\theta_1</math> et <math>\theta_2</math> sont ceux indiqués sur la figure.</p>	<p>نهايتي السلك.</p> <p>3/ إستنتج عبارة الحقل في نقطة من محور تناظر سلك لا متناهي الطول</p> <p>إشارتا الزاويتين <math>\theta_1</math> و <math>\theta_2</math> هما كما هو مبين على الشكل.</p>
---	--



<p><b>Exercice 1.9</b></p> <p>Une charge linéaire (<math>\lambda &gt; 0</math>) est répartie uniformément sur un fil en forme d'anneau de rayon <math>R</math>. (figure ci-dessous).</p> <p>1/ Calculer le champ électrique produit par le fil au point <math>P</math> situé sur l'axe <math>OX</math> à une distance <math>x</math> du centre <math>O</math>.</p> <p>2/ Calculer le potentiel électrique produit au même point <math>P</math>.</p> <p>3/ Déterminer par le calcul le point pour lequel le champ électrique est maximal.</p>	<p><b>التمرين 9.1</b></p> <p>تتوزع شحنة خطية (<math>\lambda &gt; 0</math>) بانتظام على سلك في شكل حلقة نصف قطرها <math>R</math>. (الشكل في الأسفل)</p> <p>1/ أحسب الحقل الكهربائي الناشئ عن السلك في النقطة <math>P</math> الواقعة على المحور <math>OX</math> و التي تبعد بـ <math>x</math> عن المركز <math>O</math>.</p> <p>2/ أحسب الجهد (الكمون) الكهربائي في نفس النقطة <math>P</math>.</p> <p>3/ عين حسابيا النقطة التي من أجلها يكون الحقل الكهربائي أعظما.</p>
--	---



<p><b>Exercice 1.10</b></p> <p>Une plaque métallique en forme de carré de côté <math>a</math> et de centre <math>O</math> est chargée uniformément d'une densité surfacique <math>\sigma &gt; 0</math>. Ecrire l'expression du champ électrostatique créée au point <math>M</math> situé sur l'axe de symétrie perpendiculaire à la plaque et telle que <math>OM = z = \frac{a}{2}</math></p>	<p><b>التمرين 10.1</b></p> <p>صفحة معدنية على شكل مربع ضلعها <math>a</math> ، مركزها <math>O</math> و مشحونة بانتظام بكثافة سطحية <math>\sigma &gt; 0</math>. أكتب عبارة الحقل الكهروساكن الناتج في النقطة <math>M</math> الواقعة على محور التناظر <math>Oz</math> العمودي على الصفحة و حيث <math>OM = z = \frac{a}{2}</math></p>
---	---

**Exercice 1.11**

Une rondelle métallique de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$  porte une charge répartie uniformément (densité surfacique de charge  $\sigma$ ).

1/ Calculer le champ électrostatique sur l'axe de la rondelle à la distance  $z$  de son centre.

2/ Retrouver le résultat à partir du calcul du potentiel.

3/ Etudier le cas particulier  $R_1 = 0$ .

4/ Quel est le champ créé par un plan chargé infini ?

**التمرين 11.1**

تحمل حلقة معدنية ذات نصف قطر داخلي  $R_1$  و نصف قطر خارجي  $R_2$  شحنة موزعة بانتظام ( الكثافة السطحية للشحنة  $\sigma$  ).

1/ أحسب الحقل الكهروساكن على محور الحلقة على البعد  $z$  من مركزها.

2/ أوجد من جديد النتيجة انطلاقاً من حساب الكمون.

3/ أدرس الحالة الخاصة  $R_1 = 0$ .

4/ ما هو الحقل الناتج عن مستوى مشحون لامتناهي؟

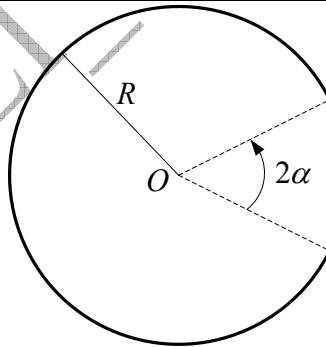
**Exercice 1.12**

Un anneau de centre  $O$  et de rayon  $R$  porte une densité linéique uniforme de charges  $\lambda$  sauf sur un arc d'angle au centre  $2\alpha$ . (Figure ci-dessous).

Déterminer le champ électrostatique en  $O$ .

**التمرين 12.1**

حلقة مركزها  $O$  و نصف قطرها  $R$  تحمل كثافة طولية منتظمة للشحنات  $\lambda$  ما عدى على قوس ذي زاوية في المركز  $2\alpha$ . (الشكل في الأسفل) عين الحقل الكهروساكن في  $O$ .

**Exercice 1.13**

On considère une portion de cône, de demi-angle au sommet  $\alpha$  et de rayons limites  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ).

Ce système est chargé en surface avec la densité non

uniforme :  $\sigma = \sigma_0 \frac{a}{r}$

$a$  est une constante homogène à une longueur et le rayon du cône en un point de son axe de symétrie.

Déterminer le champ électrostatique au sommet  $O$  du cône.

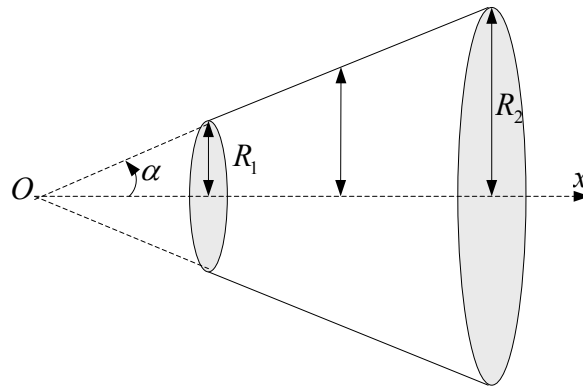
**التمرين 13.1**

نعتبر جزءاً من مخروط ، ذي نصف زاوية رأسية  $\alpha$  و نصف قطر حديين  $R_1$  و  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). هذه الجملة مشحونة سطحياً بكثافة غير منتظمة:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{a}{r}$$

$a$  ثابت متجانس مع طول و نصف قطر المخروط في نقطة من محور تناظره.

عين الحقل الكهروساكن في الرأس ( القمة )  $O$  للمخروط.

**Exercice 1.14**

Un nombre infini d'ions de charges alternativement positives et négatives  $\pm q$  sont disposés à intervalle régulier  $a$  le long d'une droite (figure ci-dessous).

Trouver l'énergie potentielle d'un ion.

Application numérique :

$$a = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad q = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ C}$$

On rappelle :

$$\ln(1+x) = \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{x^n}{n} \right)$$

**التمرين 14.1**

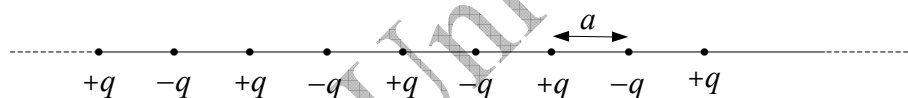
وضع عدد لا متناهي من الشوارد ذات الشحنات المتناوبة موجبة و سالبة  $\pm q$  على بعد منتظم  $a$  على طول مستقيم (الشكل في الأسفل).

أوجد الطاقة الكامنة لشاردة واحدة.

تطبيق عددي:

$$q = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ C}, \quad a = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

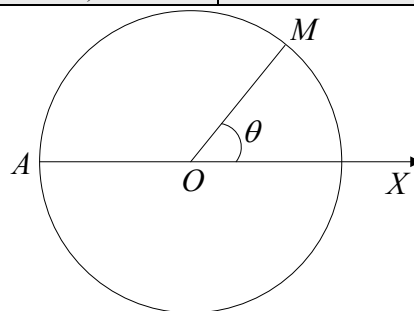
$$\ln(1+x) = \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{x^n}{n} \right) \quad \text{تذكير:}$$

**Exercice 1.15**

Une sphère  $S$  de rayon  $R$  porte une charge surfacique  $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos \theta$  à symétrie de révolution autour d'un axe diamétral  $\overrightarrow{OX}$ . On demande de calculer le champ électrique aux points  $O$  et  $A$  de l'axe  $\overrightarrow{OX}$ . (Figure ci-dessous)

**التمرين 15.1**

كرة  $S$  نصف قطرها  $R$  و تحمل شحنة سطحية  $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos \theta$  ذات تناظر دوراني حول المحور القطري  $\overrightarrow{OX}$ . المطلوب حساب الحقل الكهربائي في النقطتين  $O$  و  $A$  من المحور  $\overrightarrow{OX}$ . (الشكل أسفله)

**Exercice 1.16**

Soit une demi sphère de centre  $O$ , de rayon  $R$ , chargée uniformément en surface avec la densité surfacique  $\sigma > 0$ .

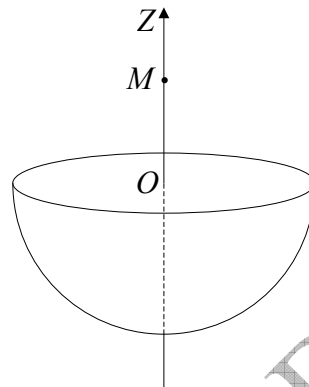
1/ Exprimer le potentiel et le champ électriques au point  $O$ . Expliquer pourquoi dans ce cas,

**التمرين 16.1**

لتكن نصف كرة مركزها  $O$ , نصف قطرها  $R$ , مشحونة بانتظام على السطح بكثافة سطحية  $\sigma > 0$ .

1/ عبر عن الكمون و الحقل الكهربائي في النقطة  $O$ . إشرح لماذا في هذه الحالة لا يمكن استنتاج

<p>l'expression du champ ne peut pas être déduite par dérivation de l'expression du potentiel <math>(\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V)</math>.</p> <p>2/ Exprimer le potentiel <math>V(z)</math> en un point <math>M(z)</math> de l'axe de symétrie <math>Oz</math> de cette demi sphère.</p> <p>En déduire le champ <math>E(z)</math> et retrouver alors les expressions de 1/.</p>	<p>عبارة الحقل باشتقاق عبارة الكمون <math>(\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V)</math></p> <p>2/ عبر عن الكمون <math>V(z)</math> في نقطة <math>M(z)</math> من محور التناظر <math>OZ</math> لنصف الكرة هذه. إستنتج الحقل و اوجد من جديد عبارتي 1/.</p>
---	---

**Exercice 1.17**

1/ Trouver une expression pour le champ et le potentiel électriques d'un plan portant une densité superficielle de charge uniforme  $\sigma > 0$  :

a/ en supposant qu'il est constitué d'une série de couronnes toutes concentriques de centre  $O$ ,  
b/ en utilisant l'angle solide.

2/ Retrouver les mêmes résultats en appliquant le théorème de Gauss.

Qu'observez-vous ?

3/ Une charge  $-q$  de masse  $m$  est placée à une distance  $z$  du plan. La charge est libérée de sa position de repos. Calculer son accélération, la vitesse avec laquelle elle tombera sur le plan et le temps qu'elle mettra pour atteindre le plan.

**التمرين 17.1**

1/ أوجد عبارة للحقل و للكمون الكهربائيين لمستوى يحمل كثافة سطحية لشحنة منتظمة  $\sigma > 0$  :

أ/ بافتراض أنه مشكل من سلسلة من أكاليل كلها متركزة ذات مركز  $O$  ،  
ب/ باستعمال الزاوية الصلبة.

2/ أوجد نفس النتائج باستعمال نظرية غوص. ماذا تلاحظ؟

3/ توضع شحنة  $-q$  كتلتها  $m$  على البعد  $z$  من المستوى. تحرر الشحنة من موضع سكونها. أحسب تسارعها، السرعة التي تسقط بها على المستوى و الزمن الذي تأخذه لبلوغ المستوى.

**Exercice 1.18**

Une sphère, de rayon  $R$ , porte une charge volumique  $\rho$  qui est répartie uniformément dans tout le volume qu'elle occupe à l'exception d'une cavité de rayon  $r$ . Le centre de cette cavité est à la distance  $d$  du centre de cette sphère. La cavité est vide de charges.

En utilisant le théorème de Gauss et le principe de superposition, calculer le champ en tout point de la cavité. Que concluez-vous ?

**التمرين 18.1**

تحمل كرة، نصف قطرها  $R$ ، شحنة حجمية  $\rho$  موزعة بانتظام على كل الحجم الذي تشغله باستثناء تجويف نصف قطره  $r$ . مركز التجويف يبعد عن مركز الكرة بالمسافة  $d$ . التجويف فارغ من الشحنات. باستعمال نظرية غوص و مبدأ التراكب، أحسب الحقل في كل نقطة من التجويف. ماذا تستنتج؟

**Exercice 1.19**

Une sphère creuse de rayon  $R$  porte une densité de charge surfacique uniforme  $\sigma > 0$ .

1/ Calculer le champ électrostatique produit en un point  $P$ , situé à une distance  $b$  du centre  $O$ , à l'extérieur, à l'intérieur puis à la surface de la sphère.

2/ En appliquant le théorème de Gauss, retrouver les résultats précédents.

3/ Calculer le potentiel électrique à l'intérieur, à l'extérieur et à la surface de la sphère. Que concluez-vous ?

3/ Partant des résultats de la question 3/, retrouver le champ à l'extérieur, à l'intérieur et à la surface de la sphère.

**التمرين 19.1**

يشحن سطح كرة مجوفة نصف قطرها  $R$  بالكثافة السطحية المنتظمة  $\sigma > 0$ .

1/ أحسب الحقل الكهروساكن الناتج في النقطة  $P$ ، الواقعة على المسافة  $b$  عن المركز  $O$ ، خارج، داخل ثم على سطح الكرة.

2/ بتطبيق نظرية غوص أوجد من جديد النتائج السابقة.

3/ أحسب الكمون الكهربائي داخل، خارج و على سطح الكرة. ماذا تستنتج؟

4/ انطلاقاً من نتائج السؤال 3/ أوجد من جديد الحقل داخل، خارج و على سطح الكرة.

**Exercice 1.20**

Un cylindre plein de longueur infinie, de rayon  $R$  porte une densité de charge volumique  $\rho > 0$ .

1/ En utilisant le théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique à l'intérieur, à la surface et à l'extérieur du cylindre.

2/ En déduire le potentiel à l'intérieur, à la surface et à l'extérieur du cylindre, en supposant  $V = 0$  sur l'axe du cylindre.

**التمرين 20.1**

أسطوانة مصمتة لا متناهية الطول، نصف قطرها  $R$ ، تحمل بانتظام كثافة شحنة حجمية  $\rho > 0$ .

1/ باستعمال نظرية غوص أحسب الحقل الكهربائي الساكن داخل، على سطح و خارج الأسطوانة.

2/ إستنتج الكمون (الجهد) الكهربائي داخل، على سطح و خارج الأسطوانة، بافتراض  $V = 0$  على محور الأسطوانة.

**Exercice 1.21**

On considère deux sphères,  $s_1$  pleine et  $s_2$  creuse, concentriques au point  $O$ , de rayons  $R_1$  et  $R_2$  tel que  $(R_1 < R_2)$ . La première porte une charge volumique de densité  $\rho > 0$  et la deuxième une charge surfacique de densité  $\sigma > 0$ .

1/ En appliquant le théorème de Gauss calculer le champ électrostatique dans les régions:  $r < R_1$ ,  $R_1 < r < R_2$  et  $r > R_2$ . On note par le rayon de la surface de Gauss.

2/ En déduire le potentiel électrique dans les mêmes régions à une constante près.

3/ Représenter les fonctions  $E(r)$  et  $V(r)$ .

**التمرين 21.1**

نعتبر كرتين،  $s_1$  مصمتة و  $s_2$  مجوفة، متمركزتين في النقطة  $O$ ، نصف قطريهما  $R_1$  و  $R_2$  بحيث  $(R_1 < R_2)$ . تحمل الأولى شحنة حجمية كثافتها  $\rho > 0$  و تحمل الثانية شحنة سطحية كثافتها  $\sigma > 0$ .

1/ بتطبيق نظرية غوص أحسب الحقل الكهربائي الساكن الناتج في المناطق:  $r < R_1$ ،  $R_1 < r < R_2$  و  $r > R_2$ . تمثل نصف قطر سطح غوص.

2/ إستنتج الكمون الكهربائي في نفس المناطق بثابت تقريبي.

3/ أرسم الدالتين  $E(r)$  و  $V(r)$ .

**Exercice 1.22**

On considère deux cylindres coaxiaux infiniment longs, de rayons  $R_1$  et  $R_2$ ,  $(R_1 < R_2)$ , portant des charges respectives  $+\lambda$  et  $-\lambda$  par unité de longueur.

1/ Montrer, en utilisant le théorème de Gauss, que le champ électrique est :

a/ nul si  $r < R_1$  ou si  $r > R_2$  sachant que est le rayon de la surface de Gauss (cylindre),

b/ inversement proportionnel à pour  $R_1 < r < R_2$ .

**التمرين 22.1**

نعتبر أسطوانتين متمحورتين لا متناهيتي الطول، نصف قطريهما  $R_1$  و  $R_2$ ،  $(R_1 < R_2)$ ، و تحملان على التوالي الشحنتين  $+\lambda$  و  $-\lambda$  لوحدة الطول.

1/ بين باستخدام نظرية غوص أن:

أ/ الحقل الكهربائي معدوم إذا كان  $r < R_1$  أو  $r > R_2$  علماً أن هو نصف قطر سطح غوص (أسطوانة)،

ب/ الحقل الكهربائي يتناسب عكساً مع من أجل



2/ En déduire le potentiel dans tout l'espace. Où sont rapprochées les surfaces équipotentielles le plus?	$R_1 < r < R_2$ 2/ إستنتج الكمون الكهربائي في كل الفضاء. أين تكون السطوح متساوية الكمون أكثر تقارباً؟
---	--

**Exercice 1.23**

Soit le potentiel à symétrie sphérique suivant :

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( k + \frac{1}{r} \right) \exp(-2kr) \rightarrow (1)$$

où  $r$  désigne la distance entre l'origine  $O$  et un point  $M$ , où  $k$  désigne une constante et où  $e$  désigne la charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ . Ce potentiel est créé par une distribution de charges inconnue et que l'on cherche à caractériser.

1/ Quelle est la dimension de la constante  $k$  ? Quelle est son unité dans le système international ?

2/ Calculer l'expression du champ électrique créé par la distribution de charges. On rappelle que le vecteur gradient en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

3/ En appliquant le théorème de Gauss à la sphère  $S$  de centre  $O$  et de rayon  $r$ , montrer que la charge  $q(r)$  contenue dans cette sphère s'écrit :

$$q(r) = e(1 + 2kr + 2k^2 r^2) \exp(-2kr) \rightarrow (2)$$

4/ Montrer que la distribution étudiée contient une charge ponctuelle  $e$  placée en  $O$ .

5/ Calculer la  $\lim_{r \rightarrow \infty} q(r)$  et en déduire qu'en outre la

charge ponctuelle placée en  $O$ , il existe dans tout l'espace une densité volumique de charge non nulle. Expliquez pourquoi le potentiel donné par l'équation (1) peut être utilisé pour modéliser un atome d'hydrogène.

6/ A partir de la relation (2), montrer que la densité volumique de charge  $\rho(r)$  s'écrit :

$$\rho(r) = \frac{-e}{\pi} k^3 \exp(-2kr)$$

**التمرين 23.1:**

ليكن الكمون ذي التناظر الكروي التالي:

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( k + \frac{1}{r} \right) \exp(-2kr) \rightarrow (1)$$

حيث  $k$  ترمز إلى المسافة بين المركز  $O$  ونقطة  $M$ , حيث  $k$  ترمز إلى ثابت و  $e$  ترمز إلى الشحنة العنصرية:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ . هذا الكمون ناتج عن توزيع للشحنات مجهول و الذي نبحث عن تمييزه.

1/ ما هو بعد الثابت  $k$  ؟ ما هي وحدته في الجملة الدولية؟

2/ أحسب عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن هذا التوزيع للشحنات. نذكر أن شعاع التدرج بالإحداثيات الكروية يكتب:

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

3/ بتطبيق نظرية غوص على الكرة  $S$  ذات المركز  $O$  و نصف القطر  $r$ , بين أن الشحنة  $q(r)$  المتواجدة داخل هذه الكرة تكتب:

$$q(r) = e(1 + 2kr + 2k^2 r^2) \exp(-2kr) \rightarrow (2)$$

4/ بين أن التوزيع المدروس يحتوي شحنة نقطية  $e$  موضوعة في  $O$ .

5/ أحسب نهاية  $\lim_{r \rightarrow \infty} q(r)$  و استنتج أنه بالإضافة إلى

الشحنة النقطية الموضوعة في  $O$ , يوجد في كل الفضاء كثافة حجمية للشحنة غير معدومة. اشرح لماذا الكمون المعطى بالمعادلة (1) يمكن استعماله لنموذج ذرة هيدروجين.

6/ انطلاقاً من العلاقة (2), بين أن الكثافة الحجمية للشحنة  $\rho(r)$  تكتب:

$$\rho(r) = \frac{-e}{\pi} k^3 \exp(-2kr)$$

**Exercice 1.24**

On considère une distribution de charges à symétrie sphérique de centre  $O$ . Le potentiel en un point  $M$  de

l'espace est:  $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-r/a}}{r}$  avec  $OM = r$  et

$a$  une constante positive.

1/ Déterminer le champ électrostatique en ce

**التمرين 24.1:**

نعتبر توزيعاً ذي تناظر كروي مركزه  $O$ . الكمون في نقطة  $M$  من الفضاء هو:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-r/a}}{r} \text{ مع } OM = r \text{ و } a \text{ ثابت}$$

موجب.

<p>point <math>M</math> .</p> <p>2/ Calculer le flux du champ à travers une sphère de centre <math>O</math> et de rayon . Faire tendre successivement vers <math>O</math>, puis vers l'infini. Conclure.</p> <p>3/ Déterminer la densité volumique de charge <math>\rho</math> .</p> <p>4/ Etudier la fonction <math>z(r) = 4\pi r^2 \rho(r)</math>. Quelle est la signification de cette fonction?</p>	<p>1/ عين الحقل الكهروساكن في هذه النقطة <math>M</math> .</p> <p>2/ أحسب التدفق عبر كرة مركزها <math>O</math> و نصف قطرها . قم بتمديد على التوالي نحو <math>O</math>، ثم نحو اللانهائي. ماذا تستخلص؟</p> <p>3/ حدد الكثافة الحجمية للشحنة <math>\rho</math> .</p> <p>4/ أدرس الدالة <math>z(r) = 4\pi r^2 \rho(r)</math> . ما هو مدلول هذه الدالة؟</p>
---	--

<p><b>Exercice 1.25</b></p> <p>Soit un dipôle <math>D</math>, son moment étant <math>\vec{p}</math> et <math>a</math> la distance entre ses deux charges <math>-q</math> et <math>+q</math>. (Figure ci-dessous)</p> <p>1/ Calculer le champ et le potentiel électriques produits par le dipôle <math>D</math> au point <math>M</math> en fonction de <math>p, \theta</math> et , sachant que <math>a \ll r</math> .</p> <p>2/ Trouver l'équation des surfaces équipotentielles ainsi que l'équation des lignes de champ.</p>	<p><b>التمرين 25.1</b></p> <p>ليكن ثنائي قطب <math>D</math>، عزمه <math>\vec{p}</math> و <math>a</math> المسافة الفاصلة بين شحنتيه <math>-q</math> و <math>+q</math>. (الشكل أسفله)</p> <p>1/ أحسب الحقل و الكمون الكهربائيين الناتجين عن ثنائي القطب <math>D</math> عند النقطة <math>M</math> بدلالة <math>p, \theta</math> و علما أن <math>a \ll r</math> .</p> <p>2/ أوجد معادلة سطوح تساوي الكمون.</p>
---	--

